

1

自然数 n に対し, $S_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)(k+2)(k+3)}$ とする。 S_n を n を用いて表せ。

2

座標空間上に, 原点 O , $A(2,0,2)$, $B(2,2,0)$, $C(0,2a,2a)$ をとる。

ただし, a は正の定数である。

線分 OA , OB , OC の中点をそれぞれ P , Q , R とし,

線分 AB , BC , CA の中点をそれぞれ L , M , N とする。

(1) 3つの直線 LR , MP , NQ が互いに1つの点 D で交わることを示せ。

(2) 4つの線分 DO , DA , DB , DC の長さが等しくなるような a の値を求めよ。

3

$a > 0, b > 0$ とする。

座標平面上の曲線: $x = \frac{2a \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}$, $y = \frac{2a \sin \alpha}{1 + \cos \alpha}$ ($0 < \alpha < \pi$) と

曲線: $x = \frac{2b \cos \beta}{1 - \cos \beta}$, $y = \frac{2b \sin \beta}{1 - \cos \beta}$ ($0 < \beta < \pi$) の交点 P における2つの接線と x 軸との交点を,

それぞれ Q , R とする。

このとき, 原点 O から3点 P , Q , R への距離が等しいことを示せ。

4

(1) $\int_0^{\pi} x(\sin x)|\cos x|dx$ の値を求めよ。

(2) $f(y) = \int_0^{\pi} (x-y)^2 (\sin x)|\cos x|dx$ の最小値を求めよ。